

19. Um projeto para a feira de ciências de uma escola é construir uma maquete de um parque público, em que deverá ter uma fonte de água. O professor orientou que os alunos, utilizando o plano com o sistema de coordenadas cartesiano usual, localizassem a fonte no circuncentro do triângulo ΔXYZ onde $X(2,0)$, $Y(-2, 4)$ e $Z(2,10)$. Nessas condições, a localização da fonte seria no ponto W com coordenadas

- A) (3, 5).
- B) (2, 3).
- C) (5, 9).
- D) (4, 7).

Nota: O circuncentro de um triângulo é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

Assunto: Geometria analítica

Seja $O(x_0; y_0)$ o circuncentro do triângulo.

Sabe-se que o circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados do triângulo. Como os pontos X e Z estão na mesma vertical (possuem o mesmo valor de x), temos que a mediatriz do lado de medida XZ é a reta $y = \frac{1}{2} \cdot (0 + 10)$. $\therefore y = 5$. Como O pertence a esta reta, tem-se $y_0 = 5$.

O circuncentro é equidistante dos três vértices do triângulo. Assim:

$$OX = OY$$

$$\sqrt{(x_0 - x_X)^2 + (y_0 - y_X)^2} = \sqrt{(x_0 - x_Y)^2 + (y_0 - y_Y)^2}$$

$$(x_0 - x_X)^2 + (y_0 - y_X)^2 = (x_0 - x_Y)^2 + (y_0 - y_Y)^2$$

$$(x_0 - 2)^2 + (5 - 0)^2 = (x_0 + 2)^2 + (5 - 4)^2$$

$$x_0^2 - 4x_0 + 4 + 25 = x_0^2 + 4x_0 + 4 + 1$$

$$24 = 8x_0$$

$$x_0 = 3$$

Logo, o circuncentro do triângulo é o ponto $O(3; 5)$.

Alternativa: A