15. Se os pontos L(3,5), K(1,2), M(5,3) e N(p,q) em um plano, com o sistema de coordenadas cartesianas usual, são vértices de um paralelogramo cuja diagonal KN é diâmetro da circunferência da equação $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$, então, a soma a + b + c é igual a

A) 5.

B) 3.

C) 6.

D) 4.

Nota: Veja que as diagonais de um paralelogramo se interceptam em seus pontos médios.

Assunto: Geometria analítica

As diagonais de um paralelogramo cortam-se no ponto médio de ambas. Desse modo, o centro O da circunferência, que é o ponto médio da diagonal KN, também será o ponto médio da diagonal LM. Portanto:

$$O = \frac{L+M}{2}$$
$$O = \frac{(3,5)+(5,3)}{2}$$
$$O = \frac{(8,8)}{2}$$
$$O = (4,4)$$

O raio da circunferência será dado pela distância entre O e K, isto é:

$$R = \sqrt{(x_O - x_K)^2 + (y_O - y_K)^2}$$
$$R = \sqrt{(4-1)^2 + (4-2)^2}$$
$$R = \sqrt{3^2 + 2^2}$$
$$R = \sqrt{9+4}$$
$$R = \sqrt{13}$$

Aplicando as fórmulas relacionadas à equação geral da circunferência, tem-se:

$$a = -2x_O \Rightarrow a = -2 \cdot 4 \Rightarrow a = -8$$
$$b = -2y_O \Rightarrow b = -2 \cdot 4 \Rightarrow b = -8$$
$$c = x_O^2 + y_O^2 - R^2 \Rightarrow c = 4^2 + 4^2 - 13 \Rightarrow c = 16 + 16 - 13 \Rightarrow c = 19$$

Logo, $a + b + c = -8 - 8 + 19 \therefore a + b + c = 3$

Alternativa: B