

QUESTÃO 171

Um jardineiro dispõe de k metros lineares de cerca baixa para fazer um jardim ornamental. O jardim, delimitado por essa cerca, deve ter a forma de um triângulo equilátero, um quadrado ou um hexágono regular. A escolha será pela forma que resulte na maior área.

O jardineiro escolherá a forma de

- A hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{24}$.
- B hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{3k^2\sqrt{3}}{2}$.
- C quadrado, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2}{16}$.
- D triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{36}$.
- E triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{4}$.

Assunto: Área de figura plana

Os lados serão $\frac{K}{3}$ para o triângulo, $\frac{K}{4}$ para o quadrado, e $\frac{K}{6}$ para o hexágono. Suas áreas serão:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\text{Lado}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{K}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{K^2/9 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{K^2 \cdot \sqrt{3}}{36}$$

$$A_{\text{quadrado}} = \text{Lado}^2 = \left(\frac{K}{4}\right)^2 = \frac{K^2}{16}$$

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \cdot \frac{\text{Lado}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{K}{6}\right)^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{K^2}{36} \cdot \sqrt{3} = \frac{K^2 \cdot \sqrt{3}}{24}$$

Como $\frac{\sqrt{3}}{24} > \frac{\sqrt{3}}{36}$, é fácil ver que a área do hexágono é maior que a área do triângulo. Para comparar o hexágono com o quadrado, podem-se elevar os coeficientes ao quadrado:

$$\left(\frac{1}{16}\right)^2 \text{ e } \left(\frac{\sqrt{3}}{24}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{256} \text{ e } \frac{3}{576} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{256} \text{ e } \frac{1}{192} \Rightarrow \frac{1}{256} < \frac{1}{132} \Rightarrow \frac{1}{16} < \frac{\sqrt{3}}{24}$$

Então o hexágono é o que tem maior área.

Item: A